

Mon cahier de 3e

Un extrait, tel qu'il est imprimé

Pages 18 et 19 : le premier atelier du livre.

Page 128 : la page de corrigés qui lui répond.

À imprimer et à faire : c'est une vraie séance, corrigé compris.

« Mon cahier de 3e », Cinq Marches, à paraître.
cinqmarches.fr

Atelier M01 — Nombres premiers : reconnaître, décomposer

Parcours P01 · mathématiques · 25 minutes · défi facultatif en plus

Ce que je vais savoir faire : j'utilise les critères de divisibilité, je reconnais un nombre premier et je décompose un entier en produit de facteurs premiers.

Le récit



Salle 210, premier cours de l'année. Au tableau : parmi 17, 51 et 29, lesquels sont premiers ?

— Les trois, dit Martin. Ils sont impairs, et aucun ne se termine par 5.

— Ça fait deux tests. La règle en demande combien pour 51 ?

Comment prouver qu'un nombre n'a pas d'autre diviseur que 1 et lui-même ?

Rappels — 5 min, sans aide

1. Calcule : 2^4 .

2. Donne tous les diviseurs de 20.

3. Calcule : $3^2 \times 5$.

4. Simplifie $24/36$ en divisant le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun.

Le cœur — 15 min

Ce qu'il faut savoir. b divise a si $a = b \times q$, q entier. Divisible par 2 : unités 0, 2, 4, 6, 8 ; par 5 : 0 ou 5 ; par 3 (par 9) : somme des chiffres dans la table de 3 (de 9).

Premier : exactement deux diviseurs, 1 et lui-même (2, 3, 5, 7, 11, 13...) ; 1 ne l'est pas. On essaie 2, 3, 5, 7... jusqu'à ce que le carré du diviseur essayé dépasse le nombre.

Décomposer : $360 = 2 \times 180 = 2 \times 2 \times 90 = \dots = 2^3 \times 3^2 \times 5$, jusqu'à n'avoir que des facteurs premiers. On y lit les diviseurs : $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ est divisible par $14 = 2 \times 7$, pas par $4 = 2^2$.

5. Sans poser de division, dis si chaque nombre est divisible par 2, par 3, par 5, par 9 : 2 315 ; 4 068 ; 1 260.

6. Lesquels sont premiers : 2 ; 9 ; 17 ; 21 ; 29 ; 91 ? Pour les autres, écris un produit qui le prouve.

7. 173 est-il premier ? Et 187 ? Écris tes tests dans l'ordre et dis où tu t'arrêtes.

8. Décompose avec des puissances : 36 ; 84 ; 198. Sans division, dis si 198 est divisible par 22, puis par 12.

9. De combien de façons ranger 48 chaises en rangées égales, sans reste ? Écris-les toutes.

10. Martin : « 51 est premier : il est impair et ne finit ni par 0 ni par 5. » Trouve son erreur, explique-la, corrige.

Le défi — facultatif, 5 à 10 min

Au forum, les 72 élèves inscrits forment des groupes égaux de 5 à 12 élèves, sans élève mis de côté.

a) Décompose 72 en produit de facteurs premiers, puis écris la liste de ses diviseurs.

b) Quelles tailles de groupe respectent la contrainte ? Donne le nombre de groupes pour chacune.

c) Un élève propose des groupes de 10, « puisque 72 est pair ». Explique, à l'aide de la décomposition, pourquoi c'est impossible.

Mon score — 2 min

Avant de vérifier, je pense avoir : ____ / 10.

Après vérification — rappels : ____ / 4 · cœur : ____ / 6 · total : ____ / 10 · écart : ____

Défi : ☐ réussi ☐ commencé ☐ pas fait. Marche atteinte : ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Corrigés

Pour chaque exercice : la réponse, les étapes quand il y en a, le code de l'exercice et la marche visée. Pour le cœur, l'erreur la plus fréquente et une question d'aide ; pour le défi, les critères de réussite et une variante. Le parent ne corrige pas à la place de l'enfant : il pose la question d'aide, et l'enfant refait.

Corrigés — période 1

Atelier M01 — Nombres premiers

Récit. 17 et 29 sont premiers, mais pas 51 : $5 + 1 = 6$, donc 51 est divisible par 3, et $51 = 3 \times 17$. Pour prouver que 51 est premier, il faudrait tester 2, 3, 5 et 7, car $7^2 = 49$ ne dépasse pas 51, alors que $11^2 = 121$ le dépasse. Ici, le test de 3 réussit : cela suffit pour conclure que 51 n'est pas premier. Martin a oublié ce test et il a conclu trop tôt.

Rappels

- $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ — P01-M-E01 — marche 1.
- 1, 2, 4, 5, 10, 20 — P01-M-E02 — marche 1. *Erreur fréquente : oublier 1 ou 20. Chercher par paires (1 et 20, 2 et 10, 4 et 5) évite l'oubli.*
- $3^2 \times 5 = 9 \times 5 = 45$ — P01-M-E03 — marche 1.
- $24/36 = 2/3$ (on divise par 12) ; on accepte une étape intermédiaire, comme 12/18 ou 6/9 — P01-M-E04 — marche 2. *Parent : cette question prépare le parcours P02, consacré aux fractions irréductibles. Si l'enfant s'arrête à 12/18, ne corrigez pas encore : l'atelier suivant y revient.*

Cœur

- 2 315 : somme des chiffres 11, donc ni par 3 ni par 9 ; se termine par 5, donc divisible par 5 ; impair, donc pas par 2. 4 068 : somme 18, donc divisible par 3 et par 9 ; pair, donc par 2 ; pas par 5. 1 260 : somme 9, donc divisible par 3 et par 9 ; se termine par 0, donc par 2 et par 5 — P01-M-E05 — marche 2. *Parent : exigez que la somme des chiffres soit écrite. Erreur fréquente : croire qu'un nombre qui se termine par 9 est divisible par 9. Question d'aide : « Qu'obtiens-tu en additionnant ses chiffres ? Ce nombre est-il dans la table de 9 ? »*
- Premiers : 2, 17, 29. Non premiers : $9 = 3 \times 3$; $21 = 3 \times 7$; $91 = 7 \times 13$ — P01-M-E06 — marche 2. *Parent : 91 est le piège ; il n'est divisible ni par 2, ni par 3 ($9 + 1 = 10$), ni par 5 : il faut aller jusqu'à 7. Erreur fréquente : déclarer 91 premier, ou 2 non premier « parce qu'il est pair ». Question d'aide : « As-tu essayé 7 ? Et 2, combien a-t-il de diviseurs ? »*
- 173 est premier : il n'est divisible ni par 2, ni par 3 ($1 + 7 + 3 = 11$), ni par 5, ni par 7 ($7 \times 24 = 168$, reste 5), ni par 11 ($11 \times 15 = 165$, reste 8), ni par 13 ($13 \times 13 = 169$, reste 4). On s'arrête là, car $17^2 = 289$ dépasse 173. 187 n'est pas premier : après 2, 3, 5 et 7, le test de 11 réussit, $187 = 11 \times 17$ — P01-M-E07 — marche 3. *Parent : le point à vérifier est l'endroit où l'enfant s'arrête. Erreur fréquente : s'arrêter à 7 pour 173, ou tester tous les nombres jusqu'à 173. Question d'aide : « Quel est le carré du nombre suivant à tester ? Dépasse-t-il 173 ? »*
- $36 = 2^2 \times 3^2$; $84 = 2^2 \times 3 \times 7$; $198 = 2 \times 3^2 \times 11$. 198 est divisible par 22, car $22 = 2 \times 11$ et ces deux facteurs sont dans sa décomposition ($198 = 22 \times 9$). Il n'est pas divisible par 12, car $12 = 2^2 \times 3$ demande deux facteurs 2, et 198 n'en a qu'un — P01-M-E08 — marche 4. *Parent : on contrôle une décomposition en la recalculant : $4 \times 9 = 36$. Erreur fréquente : écrire $36 = 4 \times 9$ et s'arrêter, alors que 4 et 9 ne sont pas premiers. Question d'aide : « Tous tes facteurs sont-ils premiers ? »*
- Les diviseurs de 48 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 : il y a 10 rangements. 1 rangée de 48 chaises, 2 de 24, 3 de 16, 4 de 12, 6 de 8, 8 de 6, 12 de 4, 16 de 3, 24 de 2, 48 rangées d'une chaise — P01-M-E09 — marche 3. *Parent : 6 rangées de 8 et 8 rangées de 6 sont deux rangements différents. Erreur fréquente : trouver 5 en ne comptant qu'une fois chaque paire, ou 8 en écartant les deux cas extrêmes. Question d'aide : « 6 rangées de 8*