

Mon cahier de 2de

Un extrait, tel qu'il est imprimé

Pages 18 et 19 : le premier atelier du livre.

Page 128 : la page de corrigés qui lui répond.

À imprimer et à faire : c'est une vraie séance, corrigé compris.

« Mon cahier de 2de », Cinq Marches, à paraître.
cinqmarches.fr

Atelier M01 — Les ensembles de nombres $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$

Parcours P01 · mathématiques · 25 minutes · défi facultatif en plus

Ce que je vais savoir faire : je situe un nombre dans $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$ d'après sa valeur, non d'après son écriture, et je reconnais un décimal, un rationnel, un irrationnel.

Le brouillon

Martin a classé la liste du tableau en quatre minutes :

$\sqrt{25}$ — « pas entier, il y a une racine »

$12/4$ — « pas entier, c'est une fraction »

Émilie calcule : $\sqrt{25} = 5$ et $12/4 = 3$. Martin a classé des écritures, pas des nombres.

Un nombre appartient-il à un ensemble à cause de son écriture, ou à cause de sa valeur ?

Rappels — 5 min, sans aide

1. Calcule : $(-5) + 12$.

2. Calcule : $3/4 + 1/2$.

3. Écris 0,25 sous la forme d'une fraction irréductible.

4. Sur une droite graduée, donne les deux nombres situés à une distance de 3 du nombre 5.

Le cœur — 15 min

Ce qu'il faut savoir. $\mathbb{N}$: entiers naturels ; $\mathbb{Z}$: entiers relatifs ; $\mathbb{Q}$: rationnels, quotients a/b de deux entiers, b non nul ; $\mathbb{R}$: réels, tous les nombres de la droite graduée. Les décimaux sont entre $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; l'inverse est faux.

On classe la valeur, jamais l'écriture : $\sqrt{49} = 7$, donc $\sqrt{49} \in \mathbb{N}$.

$\sqrt{2}$ et π sont irrationnels. $1/3$ est rationnel sans être décimal (0,333...) : une fraction irréductible n'est décimale que si son dénominateur n'a que 2 et 5 pour facteurs premiers.

5. Pour chaque nombre, cite tous les ensembles auxquels il appartient parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$: 7 ; -4 ; $2/3$; 1,5 ; $\sqrt{9}$.

6. Vrai ou faux ? Justifie en quelques mots : a) $-3 \in \mathbb{N}$; b) $15/3 \in \mathbb{Z}$; c) $2/7$ est décimal ; d) $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$.

7. Écris chaque nombre sous forme de fraction irréductible, puis dis s'il est décimal : $0,375$; $7/14$; $2,4$; $5/6$.

8. Complète la chaîne $\mathbb{N} \dots \mathbb{Z} \dots \mathbb{Q} \dots \mathbb{R}$ par le symbole $\subset$. Pour chaque inclusion, donne un nombre du grand ensemble qui n'est pas dans le petit.

9. Donne un nombre de $\mathbb{Q}$ qui n'est pas dans $\mathbb{Z}$. Cherche ensuite un nombre de $\mathbb{N}$ qui n'est pas dans $\mathbb{Z}$, et explique pourquoi la recherche est vaine.

10. Émilie doit dire si $\sqrt{25}$ appartient à $\mathbb{N}$. Elle écrit : « $\sqrt{25} \in \mathbb{R}$, et c'est tout ce qu'on peut affirmer : une racine carrée n'est pas toujours entière. » Trouve son erreur, explique-la et écris le bon résultat.

Le défi — facultatif, 5 à 10 min

Le professeur a écrit au tableau six nombres : $\sqrt{64}$; $-18/6$; $0,2$; $9/7$; $\sqrt{10}$; $3,25$.

a) Donne l'écriture la plus simple de chacun, puis le plus petit ensemble parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ auquel il appartient.

b) Combien de ces six nombres appartiennent à $\mathbb{Q}$? Lequel n'y appartient pas ? Explique pourquoi, sans calculatrice.

Mon score — 2 min

Avant de vérifier, je pense avoir : ____ / 10.

Après vérification — rappels : ____ / 4 · cœur : ____ / 6 · total : ____ / 10 · écart : ____

Défi : ☐ réussi ☐ commencé ☐ pas fait. Marche atteinte : ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Brouillon

Corrigés

Pour chaque exercice : la réponse, les étapes quand il y en a, le code de l'exercice et la marche visée. Pour le cœur, l'erreur la plus fréquente et une question d'aide ; pour le défi, les critères de réussite et une variante. Le parent ne corrige pas à la place de l'enfant : il pose la question d'aide, et l'enfant refait.

Corrigés — période 1

Atelier M01 — Les ensembles de nombres

Brouillon. Un nombre appartient à un ensemble selon sa valeur. $\sqrt{25} = 5$ et $12/4 = 3$ sont des entiers naturels : ils sont dans $\mathbb{N}$, donc aussi dans $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$. Martin a regardé la racine et la barre de fraction au lieu de calculer. Simplifie d'abord, classe ensuite.

Rappels

1. $(-5) + 12 = 7$ — P01-M-E01 — marche 1.
2. $3/4 + 1/2 = 3/4 + 2/4 = 5/4$ — P01-M-E02 — marche 1. *Erreur fréquente : additionner les dénominateurs (4/6).*
3. $0,25 = 25/100 = 1/4$ — P01-M-E03 — marche 1.
4. $5 - 3 = 2$ et $5 + 3 = 8$: les nombres 2 et 8 — P01-M-E04 — marche 2. *Cette question prépare l'atelier M02, où une valeur absolue se lit comme une distance. Place 5 sur une droite graduée et compte trois graduations de chaque côté.*

Cœur

5. $7 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$; $-4 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$; $2/3 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}$; $1,5 = 3/2 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}$; $\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ — P01-M-E05 — marche 2. *Au brouillon : le piège est $\sqrt{9}$; simplifie l'écriture avant de classer. Erreur fréquente : ranger $\sqrt{9}$ dans $\mathbb{R}$ seulement, ou oublier $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ pour 7. Question d'aide : « Combien vaut $\sqrt{9}$? Et un nombre de $\mathbb{N}$, dans quels autres ensembles est-il forcément ? »*
6. a) Faux : -3 est négatif, et $\mathbb{N}$ ne contient que 0 et les entiers positifs. b) Vrai : $15/3 = 5$, entier relatif. c) Faux : $2/7 = 0,285714285714\dots$, l'écriture ne s'arrête pas (7 n'est ni 2 ni 5). d) Faux : $\sqrt{3}$ est irrationnel, aucune fraction d'entiers ne lui est égale — P01-M-E06 — marche 4. *Erreur fréquente : croire 2/7 décimal parce que la calculatrice affiche un nombre fini de chiffres. Question d'aide : « Le dénominateur 7 n'a-t-il que 2 et 5 pour facteurs premiers ? »*
7. $0,375 = 375/1\ 000 = 3/8$, décimal ; $7/14 = 1/2$, décimal (0,5) ; $2,4 = 24/10 = 12/5$, décimal ; $5/6$ est irréductible et non décimal, car $6 = 2 \times 3$ contient le facteur 3 — P01-M-E07 — marche 3. *Erreur fréquente : s'arrêter à 375/1 000 ou à 24/10, qui ne sont pas irréductibles. Question d'aide : « Ta fraction se simplifie-t-elle encore ? Par quel nombre ? »*
8. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Exemples : -4 est dans $\mathbb{Z}$ sans être dans $\mathbb{N}$; $2/3$ est dans $\mathbb{Q}$ sans être dans $\mathbb{Z}$; $\sqrt{2}$ est dans $\mathbb{R}$ sans être dans $\mathbb{Q}$ — P01-M-E08 — marche 3. *Erreur fréquente : écrire l'inclusion à l'envers ($\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$). Question d'aide : « Tout entier naturel est-il un entier relatif ? Et tout entier relatif, un entier naturel ? »*
9. $1/2$ (ou $2/3$, $0,5\dots$) est dans $\mathbb{Q}$ sans être dans $\mathbb{Z}$. Aucun nombre n'est dans $\mathbb{N}$ sans être dans $\mathbb{Z}$, puisque $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$: tout entier naturel est un entier relatif — P01-M-E09 — marche 5. *Au brouillon : la seconde question n'a pas de réponse chiffrée, et c'est voulu ; quand une inclusion existe, dis-le, ne cherche pas d'exemple. Erreur fréquente : proposer -1 , qui est dans $\mathbb{Z}$ sans être dans $\mathbb{N}$: c'est le sens inverse. Question d'aide : « Ton nombre est-il vraiment dans $\mathbb{N}$? Peut-il ne pas être dans $\mathbb{Z}$? »*
10. Émilie refuse de conclure alors qu'un calcul d'une ligne suffit : « une racine carrée n'est pas toujours entière » est vrai en général, mais ne dispense pas de calculer celle-ci. $\sqrt{25} = 5$, entier naturel : $\sqrt{25} \in \mathbb{N}$ (donc aussi $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$). « $\sqrt{25} \in \mathbb{R}$ » est exact, mais ne répond pas à la question — P01-M-E10 — marche 4. *Au brouillon : erreur*