

Les fonctions sinus et cosinus

Complément gratuit de « Mon cahier de terminale » · au programme de spécialité de terminale en 2026-2027

Ces fonctions sont au programme de spécialité mathématiques de terminale de 2019, que suit la classe en 2026-2027. « Mon cahier de terminale » est écrit pour le programme qui s'applique à la rentrée 2027 et ne les traite pas : ce complément les rattrape.

L'essentiel

Définition et propriétés. $\cos$ et $\sin$ sont définies sur $\mathbb{R}$ et 2π -périodiques : $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin x$. $\cos$ est paire ($\cos(-x) = \cos x$), $\sin$ est impaire ($\sin(-x) = -\sin x$). Pour tout x , $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$.

Dérivées. $\cos' = -\sin$ et $\sin' = \cos$. Pour a et b réels : $(\cos(ax + b))' = -a \sin(ax + b)$ et $(\sin(ax + b))' = a \cos(ax + b)$.

Variations sur $[-\pi ; \pi]$. $\cos$ est croissante sur $[-\pi ; 0]$ et décroissante sur $[0 ; \pi]$, avec un maximum 1 en 0. $\sin$ est décroissante sur $[-\pi ; -\pi/2]$, croissante sur $[-\pi/2 ; \pi/2]$, décroissante sur $[\pi/2 ; \pi]$.

Valeurs à connaître. En 0, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$: $\cos$ vaut 1, $\sqrt{3}/2$, $\sqrt{2}/2$, $1/2$, 0 ; $\sin$ vaut 0, $1/2$, $\sqrt{2}/2$, $\sqrt{3}/2$, 1.

Équation $\cos x = a$ sur $[-\pi ; \pi]$. Si $-1 < a < 1$: deux solutions opposées, α et $-\alpha$, où α est dans $]0 ; \pi[$ et $\cos \alpha = a$. L'inéquation $\cos x \geq a$ a pour solutions $[-\alpha ; \alpha]$.

Les exercices

Chaque exercice annonce sa marche : 1 rappeler, 2 comprendre, 3 appliquer, 4 analyser, 5 raisonner. Avant de vérifier, écris le score que tu penses avoir, sur 8.

1. [marche 1] Donne $\cos(\pi/3)$, $\sin(\pi/6)$, $\cos(\pi)$ et $\sin(-\pi/2)$.
2. [marche 2] Simplifie $A = \cos(x + 2\pi) - \cos(-x)$ et $B = \sin(-x) + \sin x$.
3. [marche 3] Dérive $f(x) = 3 \sin x - 2 \cos x$, $g(x) = \cos(2x + 1)$ et $h(x) = \sin(3x)$.
4. [marche 3] Résous sur $[-\pi ; \pi]$: a) $\cos x = 1/2$; b) $\sin x = 0$; c) $\cos x = -1$.
5. [marche 4] Résous sur $[-\pi ; \pi]$: a) $\cos x \geq 1/2$; b) $\cos x < 0$.
6. [marche 4] Étudie les variations de $f(x) = x + \cos x$ sur $\mathbb{R}$.
7. [marche 4] Émilie : « La dérivée de $\cos x$ est $\sin x$: on dérive $\cos$ et on obtient $\sin$, comme $\sin$ donne $\cos$. » Trouve son erreur, explique-la et corrige.
8. [marche 5] Soit $f(x) = \sin x + \cos x$ sur $[0 ; 2\pi]$. Calcule $f'(x)$, résous $f'(x) = 0$, dresse le tableau de variations et donne le maximum et le minimum de f .

Avant de vérifier, je pense avoir : ____ / 8. Après vérification : ____ / 8. Écart : ____

Corrigés

Pour chaque exercice : la réponse, l'erreur la plus fréquente et une question d'aide à poser plutôt que de donner la réponse.

1. $\cos(\pi/3) = 1/2$; $\sin(\pi/6) = 1/2$; $\cos(\pi) = -1$; $\sin(-\pi/2) = -1$. — marche 1.

Erreur fréquente : échanger les valeurs de cos et sin pour $\pi/6$ et $\pi/3$.

Question d'aide : « Sur le cercle, quel est le point associé à $\pi/3$? Sa première coordonnée ? »

2. $A = \cos x - \cos x = 0$ (périodicité, puis parité de cos). $B = -\sin x + \sin x = 0$ (sin est impaire). — marche 2.

Erreur fréquente : écrire $\cos(-x) = -\cos x$.

Question d'aide : « cos est-elle paire ou impaire ? »

3. $f(x) = 3 \cos x + 2 \sin x$; $g'(x) = -2 \sin(2x + 1)$; $h'(x) = 3 \cos(3x)$. — marche 3.

Erreur fréquente : oublier le facteur a ($-\sin(2x + 1)$ au lieu de $-2 \sin(2x + 1)$) ou le signe moins devant sin.

Question d'aide : « Quelle est la dérivée de la fonction intérieure ? »

4. a) $x = -\pi/3$ ou $x = \pi/3$. b) $x = -\pi$, $x = 0$ ou $x = \pi$. c) $x = -\pi$ ou $x = \pi$. — marche 3.

Erreur fréquente : ne donner qu'une solution en a) ; oublier $-\pi$ et π en b).

Question d'aide : « cos est paire : si $\pi/3$ convient, que dire de $-\pi/3$? »

5. a) $[-\pi/3 ; \pi/3]$. b) $[-\pi ; -\pi/2[\cup]\pi/2 ; \pi]$. — marche 4.

Erreur fréquente : inverser l'intervalle en a) (répondre $[\pi/3 ; \pi]$).

Question d'aide : « Où la courbe de cos est-elle au-dessus de la droite $y = 1/2$? »

6. $f(x) = 1 - \sin x$. Comme $\sin x \leq 1$, $f'(x) \geq 0$, et $f'(x)$ ne s'annule qu'en des points isolés ($\pi/2 + 2k\pi$) : f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. — marche 4.

Erreur fréquente : conclure seulement « croissante sur $[0 ; \pi]$ » en ne regardant qu'un intervalle.

Question d'aide : « Quel est le signe de $1 - \sin x$, pour tout x ? »

7. La dérivée de cos est $-\sin$. Vérification : cos décroît sur $[0 ; \pi]$, donc sa dérivée y est négative, or $\sin x \geq 0$ sur $[0 ; \pi]$; c'est donc $-\sin x$. — marche 4.

Erreur fréquente : corriger sans justifier, ou retenir aussi $\sin' = -\cos$.

Question d'aide : « Sur $[0 ; \pi]$, cos croît-elle ou décroît-elle ? Quel signe doit avoir sa dérivée ? »

8. $f(x) = \cos x - \sin x$, nulle pour $x = \pi/4$ et $x = 5\pi/4$. f est croissante sur $[0 ; \pi/4]$, décroissante sur $[\pi/4 ; 5\pi/4]$, croissante sur $[5\pi/4 ; 2\pi]$. Maximum $f(\pi/4) = \sqrt{2}$; minimum $f(5\pi/4) = -\sqrt{2}$. — marche 5.

Erreur fréquente : oublier la solution $5\pi/4$, ou donner 1 pour maximum en calculant seulement $f(0)$.

Question d'aide : « Pour quels x de $[0 ; 2\pi]$ a-t-on $\cos x = \sin x$? »

© 2026 Romain Mage · Cinq Marches · cinqmarches.fr — contenu original, libre pour la classe et la famille, sans modification.
Seuls les programmes officiels font foi.