

Rotations, homothéties, triangles semblables

Complément gratuit de « Mon cahier de 3e » · au programme de la 3e en 2026-2027 et du brevet 2027

Ces notions appartiennent à l'ancien programme du cycle 4 (annexe 3 du BO n° 31 du 30 juillet 2020), que suivent la classe de 3e jusqu'en 2028 et le brevet 2027. « Mon cahier de 3e » est écrit pour le nouveau programme, qui ne les contient plus : ce complément les rattrape.

L'essentiel

Rotation. L'image de M par la rotation de centre O et d'angle α (dans un sens donné) est le point M' tel que $OM' = OM$ et que l'angle MOM' mesure α . Une rotation conserve les longueurs, les angles, les aires, l'alignement et le parallélisme.

Homothétie. L'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k non nul) est le point M' de la droite (OM) tel que $OM' = |k| \times OM$; si $k > 0$, M' est du même côté que M par rapport à O ; si $k < 0$, de l'autre côté. Les longueurs sont multipliées par $|k|$, les aires par k^2 , les volumes par $|k|^3$. Les angles, l'alignement et le parallélisme sont conservés. Si $|k| > 1$, c'est un agrandissement ; si $|k| < 1$, une réduction.

Triangles semblables. Deux triangles sont semblables quand leurs angles sont égaux deux à deux. Alors leurs côtés homologues sont proportionnels, et réciproquement. Pour le prouver, il suffit de deux paires d'angles égaux : la troisième suit, car la somme des angles d'un triangle vaut 180° .

Les exercices

Chaque exercice annonce sa marche : 1 rappeler, 2 comprendre, 3 appliquer, 4 analyser, 5 raisonner. Avant de vérifier, écris le score que tu penses avoir, sur 8.

- [marche 1]** La rotation de centre O et d'angle 60° transforme A en A'. On sait que $OA = 4,5$ cm. Combien mesurent OA' et l'angle AOA' ?
- [marche 1]** Vrai ou faux ? a) Une rotation conserve les longueurs. b) Une homothétie de rapport 2 conserve les longueurs. c) Une homothétie conserve les angles.
- [marche 2]** L'homothétie de centre O et de rapport 3 transforme M en M', avec $OM = 2$ cm. Où est M' ? Même question avec le rapport $-0,5$ et $OM = 6$ cm.
- [marche 3]** Un rectangle de 3 cm sur 5 cm est agrandi par une homothétie de rapport 2. Donne les dimensions de l'image, puis son aire, de deux façons.
- [marche 3]** Les triangles ABC et DEF sont semblables, D, E, F étant les homologues de A, B, C. $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $AC = 5$ cm et $DE = 6$ cm. Calcule EF et DF.
- [marche 4]** Le triangle ABC a deux angles de 50° et 70° ; le triangle DEF a deux angles de 70° et 60° . Sont-ils semblables ? Justifie.
- [marche 4]** Martin : « Une homothétie de rapport 3 multiplie l'aire par 3. » Trouve son erreur, explique-la et corrige.
- [marche 5]** Au même moment, un bâton vertical de 1,2 m a une ombre de 1,8 m, et un arbre a une ombre de 15 m. Les rayons du soleil sont parallèles. Quelle est la hauteur de l'arbre ? Justifie avec des triangles semblables.

Avant de vérifier, je pense avoir : ____ / 8. Après vérification : ____ / 8. Écart : ____

Corrigés

Pour chaque exercice : la réponse, l'erreur la plus fréquente et une question d'aide à poser plutôt que de donner la réponse.

1. $OA' = 4,5$ cm (une rotation conserve les longueurs) et l'angle AOA' mesure 60° . — marche 1.
Erreur fréquente : donner 60° pour la longueur, ou confondre l'angle AOA' avec un angle du triangle.
Question d'aide : « Que conserve une rotation ? »
2. a) Vrai. b) Faux : les longueurs sont multipliées par 2. c) Vrai. — marche 1.
Erreur fréquente : croire qu'une homothétie, comme une rotation, conserve les longueurs.
Question d'aide : « Que devient un segment de 1 cm avec le rapport 2 ? »
3. Rapport 3 : M' est sur la demi-droite $[OM)$, du même côté que M , avec $OM' = 6$ cm. Rapport $-0,5$: M' est sur la droite (OM) , de l'autre côté de O , avec $OM' = 3$ cm. — marche 2.
Erreur fréquente : oublier le changement de côté quand le rapport est négatif.
Question d'aide : « Le signe du rapport dit-il de quel côté de O se trouve M' ? »
4. 6 cm sur 10 cm ; aire 60 cm^2 . Autre façon : $15 \text{ cm}^2 \times 2^2 = 60 \text{ cm}^2$. — marche 3.
Erreur fréquente : multiplier l'aire par 2 (30 cm^2) au lieu de $2^2 = 4$.
Question d'aide : « Si chaque côté double, combien de petits rectangles de départ tiennent dans le grand ? »
5. Rapport $DE/AB = 6/4 = 1,5$. $EF = 6 \times 1,5 = 9$ cm ; $DF = 5 \times 1,5 = 7,5$ cm. — marche 3.
Erreur fréquente : associer des côtés qui ne sont pas homologues (DE avec BC).
Question d'aide : « Quel côté de DEF correspond à BC ? »
6. Oui. Le troisième angle de ABC vaut $180 - 50 - 70 = 60^\circ$; celui de DEF vaut $180 - 70 - 60 = 50^\circ$. Les deux triangles ont les mêmes angles, 50° , 60° et 70° : ils sont semblables. — marche 4.
Erreur fréquente : conclure « non » parce que les angles donnés ne sont pas les mêmes, sans calculer le troisième.
Question d'aide : « Combien mesure le troisième angle de chaque triangle ? »
7. Les longueurs sont multipliées par 3, donc l'aire par $3 \times 3 = 9$. Un carré de 1 cm de côté devient un carré de 3 cm de côté : 9 cm^2 . — marche 4.
Erreur fréquente : corriger en « 6 » ou oublier de justifier.
Question d'aide : « Que devient l'aire d'un carré de côté 1 cm ? »
8. Les deux triangles (bâton, ombre, rayon) et (arbre, ombre, rayon) ont un angle droit et le même angle des rayons : ils sont semblables. Donc $h / 1,2 = 15 / 1,8$, d'où $h = 1,2 \times 15 / 1,8 = 10$ m. — marche 5.
Erreur fréquente : écrire $h / 15 = 1,8 / 1,2$, en mélangeant hauteurs et ombres.
Question d'aide : « Quelles longueurs se correspondent dans les deux triangles ? »

© 2026 Romain Mage · Cinq Marches · cinqmarches.fr — contenu original, libre pour la classe et la famille, sans modification.
Seuls les programmes officiels font foi.